Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

مستوى:السنة الأولى من سلك الباكالوريا

- **شعبة التعليم الأصيل:مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية**

شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

مذكرة رقم 2

محتوى الدرس و الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس و التعليمات الرسمية

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
ـ العبارات؛ العمليات على العبارات؛ المكممات؛ ـ الاستدلالات لرياضية: الاستدلال بالخلف؛ الاستدلال بفصل الحالات؛ الاستدلال بالتكافؤ.	ـ التمكن من استعمال الاستدلال المناسب حسب الوضعية المدروسة؛ ـ التمكن من صياغة براهين واستدلالات رياضية واضحة وسليمة منطقيا؛ ـ دراسة صحة عبارة منطقية؛ ـ إدراك مدلول عبارة منطقية وإعطاء نفيها.	ـ ينبغي تقريب العبارات والقوانين المنطقية وطرائق الاستدلال انطلاقا من أنشطة متنوعة ومختلفة مستقاة من الرصيد المعرفي للتلميذ ومن وضعيات رياضية سبق له التعامل معها ولا يشكل الجانب الرياضي عقبة أمام تناولها؛ ـ ينبغي تجنب البناء النظري لهذه المبادئ والإفراط في استعمال جداول الحقيقة؛ ـ إن درس المنطق لا ينتهي بانتهاء هذا الفصل بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة.

نشاط1:

1. أنقل الجدول التالي ثم ضع العلامة "x" في الخانة المناسبة .

	صحيح	خاطئ
كل زوجي قابل للقسمة على 4		x
مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي	x	
$\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$		x
اذا كان n^2 عددا فرديا فان n عدد فردي	x	
المعادلة : $x^2=-1$ تقبل حلا في $\mathbb{R}$		x
جميع المستقيمات المتعامدة في الفضاء متقاطعة		x
114516مضاعف للعدد4	x	
$\left((-2)^2=-4\right)$		x

2. هل توجد من بين الجمل الواردة في الجدول أعلاه جمل صحيحة و خاطئة في آن واحد ؟

الجواب : كل النصوص الرياضيةاما صحيحة و إما خاطئة وتسمى عبارات

I. العبارات و العمليات على العبارات

1. العبارات

نسمي عبارة كل نص رياضي يحمل معنى يكون إما صحيحا و إما خاطئا نرمز عادة لعبارة بأحد الرموز p أو q أو r .....

غالبا ما نعبر عن حقيقة عبارة بجدول يسمى جدول حقيقة عبارة :

الرمز 1 يعني أن العبارة p صحيحة

و الرمز 0 يعني أن العبارة p خاطئة

p
1
0

جدول حقيقة عبارة

2. العمليات على العبارات

ب. نفي عبارة

نعتبر العبارة : " 3 عدد زوجي " p

ما قيمة حقيقة العبارة p

حدد نفي العبارة p نرمز لها ب $\overline{p}$

ما قيمة حقيقة العبارة $\overline{p}$

إذن نفي عبارة p هو كل عبارة تكون صحيحة إذا كانت p خاطئة و تكون خاطئة إذا كانت p صحيحة نرمز لنفي العبارة p بالرمز $\overline{p}$ أو $\neg p$

p	$\overline{p}$
1	0
0	1

جدول حقيقة نفي عبارة

أمثلة:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية:

- p $\left((-2)^2=4\right)$
- q $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$

الأجوبة: p عبارة صحيحة : $\left((-2)^2\neq 4\right)$: $\overline{p}$

q عبارة خاطئة : $\left(\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}\right)$: $\overline{q}$

$\left(\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}\right)$: $\overline{q}$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

ج. عطف عبارتين

عطف عبارتين p و q هو العبارة التي نرمز لها بالرمز : $(p$ و $q)$ والتي تكون صحيحة فقط ا إذا كانت العبارتان p و q صحيحتين معا.

جدول حقيقة العطف المنطقي

p	q	p و q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

أمثلة:

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

- $\left((-2)^2=4\right)$ و $\left(\sqrt{3}\geq 1\right)$
- $\left(\frac{7}{2}>3\right)$ و $\frac{1}{2}\in\mathbb{N}$

تمرين : حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

A $\left(\sqrt{3}\geq 1\right)$ و $\left((-2)^2>3\right)$ B $\sqrt{2}\in Q$ و $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}>3\right)$

الأجوبة: A عبارة صحيحة : لأنها مكونة من عبارتين صحيحتين

A عبارة صحيحة : لأنها مكونة من عبارتين صحيحتين

B عبارة خاطئة : لأنها عطف عبارة صحيحة مع خاطئة

د. فصل عبارتين

فصل عبارتين p و q هو العبارة التي نرمز لها بالرمز : $(q$ أو $p)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت العبارتان p و q خاطئتين معا.

جدول حقيقة الفصل المنطقي

p	q	p أو q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

أمثلة: حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

- $\left((-2)^2=4\right)$ أو $\left(\sqrt{3}\geq 1\right)$ p
- $\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}<3\right)$ أو $\frac{1}{2}\in\mathbb{N}$ q

تمرين: حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

A $\left(\sqrt{4}=2\right)$ أو $\left(\frac{1}{2}\in\mathbb{N}\right)$

B $\left((-2)^2>3\right)$ أو (3عدد فردي)

C $\left(\sqrt{2}\leq 1\right)$ أو $(\pi=3.14)$

الأجوبة: A عبارة صحيحة : لأن $\left(\sqrt{4}=2\right)$ عبارة صحيحة

B عبارة صحيحة : لأنها فصل عبارتين صحيحتين

C عبارة خاطئة : لأنها فصل عبارتين خاطئتين

$\overline{A}$ $\left(\sqrt{4}\neq 2\right)$ و $\left(\frac{1}{2}\notin\mathbb{N}\right)$

$\overline{B}$ $\left((-2)^2\leq 3\right)$ و (3عدد زوجي) $\overline{C}$ $\left(\sqrt{2}>1\right)$ و $(\pi\neq 3.14)$

تمرين:: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$(0,1\in\mathbb{N})\Rightarrow$ 2 عدد فردي A

$n>4\Rightarrow n>2$ B

الأجوبة: A عبارة صحيحة و B عبارة صحيحة

نشاط: أتمم ملأ الجدول التالي :

نتيجة : العبارتان $(p\Rightarrow q)$ و $\overline{p}$ أو q متكافئتان

ه. استلزام عبارتين

استلزام عبارتين p و q هو العبارة التي نرمز لها بالرمز : $(p \Rightarrow q)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت p صحيحة و q خاطئة

جدول حقيقة الاستلزام المنطقي

p	q	$p\Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

ملاحظات

- العبارة : $(p \Rightarrow q)$ تقرأ : " p تستلزم q " أو " إذا كانت p فان q "
- العبارة : $(q \Rightarrow p)$ تسمى الاستلزام العكسي للاستلزام $(p \Rightarrow q)$

أمثلة:

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p\left(\sqrt{3}\geq 1\right)\Rightarrow\left((-2)^2=-4\right)$

$q\quad -1\in\mathbb{N}\Rightarrow\left(\sqrt{5}<3\right)$

و. تكافؤ عبارتين

تكافؤ عبارتين p و q هو العبارة التي نرمز لها بالرمز : $(p \Leftrightarrow q)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت العبارتان p و q صحيحتين معا أو خاطئتين معا.

العبارة : $(p \Leftrightarrow q)$ تقرأ : " p تكافئ q " أو " p إذا وفقط إذا كان q "

p	q	$p\Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

جدول حقيقة التكافؤ المنطقي

أمثلة: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$p\left(2\sqrt{3}\geq\sqrt{10}\right)\Leftrightarrow\left(\left(5\sqrt{2}\right)^2=50\right)$

$q\quad 0;5\in\mathbb{N}\Leftrightarrow\left(\sqrt{5}\geq 3\right)$

II. المكممات

1. أنشطة :

نشاط1: نعتبر التعبير التالي : $(x\in\mathbb{R});x^2-x\geq 0$

- حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x=2$
- حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x=\frac{1}{2}$
- حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $x=-1$

الأجوبة : من أجل $x=2$ نجد : $2\geq 0$ ومنه نحصل على عبارة صحيحة من أجل $x=2$ نجد : $-\frac{1}{4}\geq 0$ ومنه نحصل على عبارة خاطئة

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

من أجل $x=\frac{1}{2}$ نجد : $-\frac{1}{4}\geq 0$ ومنه نحصل على عبارة خاطئة

من أجل $x=-1$ نجد : $2\geq 0$ ومنه نحصل على عبارة صحيحة

إذن التعبير: $(x\in R);x^2-x\geq 0$ يصبح صحيحا من أجل بعض قيم x من $\mathbb{R}$ خاطئا من أجل بعض قيم x

نقول أننا أمام دالة عبارية تحتوي على متغير x ينتمي إلى المجموعة $\mathbb{R}$

نكتب : $\exists x\in\mathbb{R}/x^2-x\geq 0$ ونقرأ يوجد x من $\mathbb{R}$ بحيث $x^2-x\geq 0$

نشاط2: نعتبر التعبير التالي : $(n\in\mathbb{N});n^2\geq 0$

- حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل $n=2$
- هل توجد قيم ل : n لا تحقق التعبير السابق؟

الأجوبة : من أجل $n=2$ نحصل :على عبارة صحيحة

نلاحظ أننا نحصل على عبارة صحيحة مهما تكن قيمة المتغير n

نكتب : $\forall n\in\mathbb{N}/n^2\geq 0$

2. العبارات المكممة

انطلاقا من الدالة العبارية $A(x)$ نكون العبارة " $\exists x\in E,A(x)$ "

ونقرأ : " يوجد على الأقل x من E يحقق الخاصية $A(x)$ " وتكون العبارة " $\exists x\in E,A(x)$ " صحيحة إذا وجد على الأقل x من E يحقق الخاصية $A(x)$

انطلاقا من الدالة العبارية $A(x)$ نكون العبارة " $\forall x\in E,A(x)$ "

ونقرأ : " مهما يكن x من E لدينا $A(x)$ "

وتكون العبارة " $\forall x\in E,A(x)$ " صحيحة إذا كانت جميع عناصر E تحقق الخاصية $A(x)$.

أمثلة: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

A "$(\forall x\in\mathbb{R});x^2>0$"

B "$(\forall n\in\mathbb{N});2^n>5(n+1)$"

C " $\exists x\in\mathbb{N},2x-1=0$ "

D "$(\forall n\in\mathbb{N});\frac{n}{4}\notin\mathbb{N}$"

تمرين: حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

1. $\forall x\in\mathbb{R}/x\geq 0$
2. " $\exists x\in\mathbb{N},2x-4=0$ "
3. " $\exists x\in\mathbb{R},x^2+1=0$
4. $(\forall n\in\mathbb{N});\sqrt{n}\in\mathbb{N}$
5. $(\exists x\in\mathbb{Z});\frac{x}{4}\in\mathbb{Z}$

الأجوبة: 1) صحيحة 2) صحيحة 3) خاطئة 4) خاطئة 5) صحيحة

تمرين2: حدد العبارة النافية للعبارات الآتية :

1) $(\forall n\in\mathbb{N});\sqrt{n}\in\mathbb{N}$ 2) $(\exists x\in\mathbb{Z}):\frac{x}{4}\in\mathbb{Q}$ و $x^2-2=0$

3)توجد نافذة في المؤسسة مكسورة

4)كل الأشجار غير مثمرة في المؤسسة

الأجوبة: 1) $(\exists n\in\mathbb{N});\sqrt{n}\notin\mathbb{N}$ 2) $(\forall x\in\mathbb{Z}):\frac{x}{4}\notin\mathbb{Q}$ أو $x^2-2\neq 0$

3)كل نوافذ المؤسسة غير مكسورة

4)توجد شجرة مثمرة في المؤسسة

III. الاستدلالات الرياضية

1. الاستدلال الاستنتاجي :

مثال : ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن : $\sqrt{2}<x<5\Rightarrow 3<x^2+1<26$

الأجوبة :نفترض أن : $\sqrt{2}<x<5$ ونبين أن : $3<x^2+1<26$

لدينا : $\sqrt{2}<x<5$ اذن : $2<x^2<25$ اذن : $3<x^2+1<26$

ومنه : $\sqrt{2}<x<5\Rightarrow 3<x^2+1<26$

تمرين4: ليكن $x\in\mathbb{R}$ بين أن : $2\sqrt{3}<x<10\Rightarrow 9<x^2-3<97$

الأجوبة :نفترض أن : $2\sqrt{3}<x<10$ ونبين أن : $9<x^2-3<97$

لدينا : $2\sqrt{3}<x<10$ اذن : $12<x^2<100$ اذن : $9<x^2-3<97$

ومنه : $2\sqrt{3}<x<10\Rightarrow 9<x^2-3<97$

2. الاستدلال بالمثال المضاد :

مثال : بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

p $(\forall x\in\mathbb{R}^*);x+\frac{1}{x}\geq 2$ "

الجواب : نعتبر : $x=-2$ لدينا : $-2+\frac{1}{-2}=-\frac{5}{2}<2$ اذن : p خاطئة

تمرين: بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

p $(\forall x\in\mathbb{R});x^2\geq x$ "

الجواب : نعتبر : $x=\frac{1}{2}$ لدينا : $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$ اذن : p خاطئة

3. الاستدلال بالتكافؤ:

مثال: بين أن : $(\forall a\in\mathbb{R});(\forall b\in\mathbb{R})\ a^2+b^2\geq 2ab$

الجواب :نستعمل الاستدلال بالتكافؤ:

$a^2+b^2\geq 2ab\Leftrightarrow a^2+b^2-2ab\geq 0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow(a-b)^2\geq 0$ وهذا صحيح لأن المربع دائما موجب

وبالتالي : $(\forall a\in\mathbb{R});(\forall b\in\mathbb{R})\ a^2+b^2\geq 2ab$

4. الاستدلال بفصل الحالات :

مثال: باستعمال الاستدلال بفصل الحالات:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E):|3x-6|=1$

الجواب :ندرس اشارة : $3x-6$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

الحالة 1: اذا كانت : $x\geq 2$ فان : $3x-6\geq 0$ ومنه : $(E):|3x-6|=1$

$x=\frac{7}{3}\in S\Leftrightarrow 3x=7\Leftrightarrow 3x-6=1\Leftrightarrow$

الحالة 2: اذا كانت : $x\leq 2$ فان : $3x-6\leq 0$ ومنه : $(E):|3x-6|=1$

$x=\frac{5}{3}\in S\Leftrightarrow -3x=-5\Leftrightarrow -3x+6=1\Leftrightarrow -(3x-6)=1\Leftrightarrow$

ومنه مجموعة الحلول هي : $S=\left\{\frac{5}{3};\frac{7}{3}\right\}$

5. الاستدلال بالخلف :

لكي نبرهن أن عبارة صحيحة نفترض أن العبارة خاطئة ونحاول الحصول على تناقض مع المعطيات

مثال1: بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن : $\forall x\in\mathbb{R}/\frac{x^2-1}{x^2+1}\neq 1$

الجواب : نفترض أن : $\exists x\in\mathbb{R}/\frac{x^2-1}{x^2+1}=1$

يعني $x^2-1=x^2+1$ يعني $-1=+1$ وهذا غير صحيح

ومنه ما افترضناه كان خاطئا أي : $\forall x\in\mathbb{R}/\frac{x^2-1}{x^2+1}\neq 1$

تمرين: $n\in\mathbb{N}$ **بين أنه اذا كان** n^2 عدد زوجي فان : n عدد زوجي

الجواب : نفترض أن : n عدد فردي أي أن : $\exists k\in\mathbb{N}/n=2k+1$

ومنه : $n^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1=2(2k^2+2k)+1=2k'+1$

أي : n^2 عدد فردي وهذا يتناقض مع المعطيات : n^2 عدد زوجي

ومنه ما افترضناه كان خاطئا أي : n عدد زوجي